EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES (2h)

Le nom de la table utilisée sera indiqué en tête de copie

L'équation $x\,tg\,x = 1$ ou $x = cotg\,x$ admet une infinité de solutions réelles ; les solutions positives forment une suite croissante $\{\omega_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$n\,\Pi < \omega_n < (n + \frac{1}{2})\,\Pi$$

1°) A l'aide des tables trigonométriques calculer pour $n = 0, 1, 2, 3$ des valeurs approchées des nombres $\omega_n - n\,\Pi$ et des nombres ω_n. On indiquera la précision obtenue.

2°) A l'entier naturel n on associe les nombres réels :

$$\alpha_n = 1 + \sin^2 \omega_n = \frac{\omega_n^2 + 2}{\omega_n^2 + 1} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{4 \cos \omega_n - 2}{\sqrt{\alpha_n}\,\omega_n^2}$$

calculer pour $n = 0, 1, 2, 3$ des valeurs approchées des nombres α_n et des nombres a_n.

3°) Soit $\{v_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ la suite d'applications du segment $[-1, +1]$ dans $\mathbb{R}$ déterminées par $v_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\alpha_n}} \cos(\omega_n x)$

a) Vérifier que l'intégrale

$$I(m, n) = \int_{-1}^{+1} v_m(x)\, v_n(x)\, dx$$

est égale à 0 ou à 1 selon que les naturels n et m sont distincts ou égaux.

b) Vérifier l'égalité

$$a_n = \int_{-1}^{+1} |x|\, v_n(x)\, dx.$$

4°) Aux nombres réels $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ on associe le réel positif

$$F(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sqrt{\int_{-1}^{+1} \left[\, |x| - \sum_{i=0}^{3} \lambda_i\, v_i(x) \,\right]^2 dx}$$

montrer que le minimum de cette fonction F est atteint pour $\lambda_i = a_i$ $i = 0, 1, 2, 3$ et évaluer ce minimum.

N.B. Les calculs des termes demandés dans la seconde question seront disposés dans un tableau clair placé dans la seconde page de la copie.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail